

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos.

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Calificación máxima: 2 puntos)

Considérense las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -k \\ 1 & -2 & 1 \\ k & 2 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

a) Discútase para qué valores del parámetro real k la matriz A tiene matriz inversa.

b) Determínese para $k = 0$ la matriz X que verifica la ecuación $A \cdot X = B$.

Ejercicio 2. (Calificación máxima: 2 puntos)

Considérese la región del plano S definida por:

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + 6y \geq 6 \ ; \ 5x - 2y \geq -2 \ ; \ x + 3y \leq 20 \ ; \ 2x - y \leq 12\}.$$

a) Representétese gráficamente la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

b) Determínense los puntos en los que la función $f(x, y) = 4x - 3y$ alcanza sus valores máximo y mínimo en S , indicando el valor de $f(x, y)$ en dichos puntos.

Ejercicio 3. (Calificación máxima: 2 puntos)

a) Determínese el valor de la derivada de la función $f(x) = \frac{e^x}{1+x}$ en el punto de abscisa $x = 0$.

b) Estúdiense las asíntotas de la función $f(x) = \frac{x^3}{1-x^2}$.

Ejercicio 4. (Calificación máxima: 2 puntos)

Una empresa de reparto de paquetería clasifica sus furgonetas en función de su antigüedad. El 25 % de sus furgonetas tiene menos de dos años de antigüedad, el 40 % tiene una antigüedad entre dos y cuatro años y el resto tiene una antigüedad superior a cuatro años. La probabilidad de que una furgoneta se estropee es 0'01 si tiene una antigüedad inferior a dos años; 0'05 si tiene una antigüedad entre dos y cuatro años y 0'12 si tiene una antigüedad superior a cuatro años. Se escoge una furgoneta al azar de esta empresa. Calcúlese la probabilidad de que la furgoneta escogida:

a) Se estropee.

b) Tenga una antigüedad superior a cuatro años sabiendo que no se ha estropeado.

Ejercicio 5. (Calificación máxima: 2 puntos)

El peso en canal, en kilogramos (kg), de una raza de corderos a las seis semanas de su nacimiento se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ y desviación típica igual a 0'9 kg.

a) Se tomó una muestra aleatoria simple de 324 corderos y el peso medio observado fue $\bar{x} = 7'8$ kg. Obténgase un intervalo de confianza con un nivel del 99'2 % para μ .

b) Determínese el tamaño mínimo que debería tener una muestra aleatoria simple de la variable para que el correspondiente intervalo de confianza para μ al 95 % tenga una amplitud a lo sumo de 0'2 kg.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Calificación máxima: 2 puntos)

Considérese el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x - ay + 2z = 0 \\ ax - 4y - 4z = 0 \\ (2 - a)x + 3y - 2z = 0 \end{cases}$$

- a) Discútase en función de los valores del parámetro a .
- b) Resuélvase para $a = 3$.

Ejercicio 2. (Calificación máxima: 2 puntos)

Considérese la función real de variable real:

$$f(x) = x^3 - 3x.$$

- a) Calcúlense $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{1 - x^3}$ y $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$.
- b) Estúdiense los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.

Ejercicio 3. (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+2} & \text{si } x \leq 0 \\ x+2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

- a) Estúdiense la continuidad de $f(x)$ en \mathbb{R} .

- b) Calcúlese $\int_{-1}^0 f(x) dx$.

Ejercicio 4. (Calificación máxima: 2 puntos)

El 30 % de los individuos de una determinada población son jóvenes. Si una persona es joven, la probabilidad de que lea prensa al menos una vez por semana es 0'20. Si una persona lee prensa al menos una vez por semana, la probabilidad de que no sea joven es 0'9. Se escoge una persona al azar. Calcúlese la probabilidad de que esa persona:

- a) No lea prensa al menos una vez por semana.
- b) No lea prensa al menos una vez por semana o no sea joven.

Ejercicio 5. (Calificación máxima: 2 puntos)

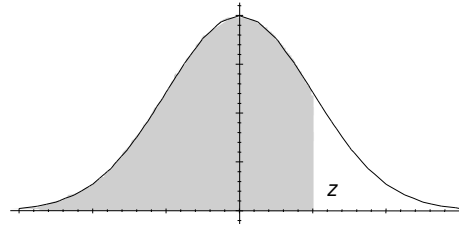
El peso en toneladas (T) de los contenedores de un barco de carga se puede aproximar por una variable aleatoria normal de media μ y desviación típica $\sigma = 3T$. Se toma una muestra aleatoria simple de 484 contenedores.

- a) Si la media de la muestra es $\bar{x} = 25'9T$, obténgase un intervalo de confianza con un nivel del 90 % para μ .
- a) Supóngase ahora que $\mu = 23T$. Calcúlese la probabilidad de que puedan transportarse en un barco cuya capacidad máxima es de 11000T.

Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de z .



z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

ATENCIÓN: La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,25 puntos

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto del determinante 0,50 puntos.

Obtención correcta de los valores..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Expresión matricial de X 0,25 puntos.

Cálculo de A^{-1} 0,50 puntos.

Cálculo de X 0,25 puntos

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Representación correcta de la región..... 0,50 puntos.

Obtención de los vértices..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Obtención del máximo y el valor máximo 0,50 puntos.

Obtención del mínimo y del valor mínimo 0,50 puntos.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Expresión correcta de la fórmula de la derivada del cociente..... 0,25 puntos.

Cálculo correcto..... 0,75 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Determinación correcta de las asíntotas verticales..... 0,50 puntos.

Determinación correcta de la asíntota oblicua 0,50 puntos.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad pedida..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad pedida..... 0,50 puntos.

Ejercicio 5. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de $Z_{\alpha/2}$ 0,25 puntos.

Expresión correcta de la fórmula del intervalo de confianza..... 0,25 puntos.

Obtención correcta del intervalo de confianza.....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo correcto de $Z_{\alpha/2}$ 0,25 puntos.

Expresión correcta de la fórmula del tamaño..... 0,25 puntos.

Cálculo correcto del tamaño de la muestra0,50 puntos.

NOTA: La resolución de ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Determinación de los valores críticos 0,25 puntos.

Discusión correcta 0,75 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Solución correcta del sistema 1,00 punto.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Determinación correcta del primer límite 0,50 puntos.

Determinación correcta del segundo límite..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo correcto de la derivada 0,25 puntos.

Obtención correcta de los valores críticos..... 0,25 puntos

Determinación de los intervalos de crecimiento y decrecimiento 0,50 puntos.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Estudio de la continuidad en $x = 0$ 0,50 puntos.

Estudio de la continuidad en el resto de valores 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo correcto de la primitiva..... 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la integral..... 0,50 puntos.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad pedida..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad pedida..... 0,50 puntos.

Ejercicio 5. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de $Z_{\alpha/2}$ 0,25 puntos.

Expresión correcta de la fórmula del intervalo de confianza..... 0,25 puntos.

Obtención correcta del intervalo de confianza.....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad pedida 0,50 puntos.

NOTA: La resolución de ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados