

INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente el examen, responda a cinco preguntas cualesquiera a elegir entre las diez que se proponen.

TIEMPO Y CALIFICACIÓN: 90 minutos. Todas las preguntas se calificarán sobre 2 puntos (1 punto cada apartado).

A.1 (2 puntos). Calisto (el tercer satélite con mayor masa del sistema solar), que posee una densidad de $1,83 \text{ g cm}^{-3}$ y un radio de 2410 km, da una revolución alrededor del planeta Júpiter cada 16,89 días.

a) Calcule la masa del satélite y la aceleración de la gravedad en su superficie.

b) Obtenga la energía cinética y la energía mecánica de Calisto en su órbita circular alrededor del planeta.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; Masa de Júpiter, $M_{\text{Jup}} = 1,90 \cdot 10^{27} \text{ kg}$.

A.2 (2 puntos). Un violín emite ondas sonoras con una potencia de $5 \cdot 10^{-3} \text{ W}$ cuando se toca la nota F_a de 698 Hz.

a) Indique razonadamente si la onda es longitudinal o transversal y obtenga su longitud de onda.

b) Calcule el nivel de intensidad sonora que percibe un oyente situado a 20 m generado por 15 violines de una orquesta tocando al unísono.

Datos: Intensidad umbral de audición, $I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$; Velocidad del sonido en el aire, $v_s = 340 \text{ m s}^{-1}$.

A.3 (2 puntos). Dos cargas eléctricas puntuales A y B de valores $q_A = +5 \text{ nC}$ y $q_B = -5 \text{ nC}$, están situadas en el plano xy en las posiciones $(-4, 0) \text{ cm}$ y $(4, 0) \text{ cm}$, respectivamente. Determine el potencial eléctrico y el campo eléctrico creado por esta distribución de cargas en:

a) El origen de coordenadas.

b) El punto del plano $(0, 3) \text{ cm}$.

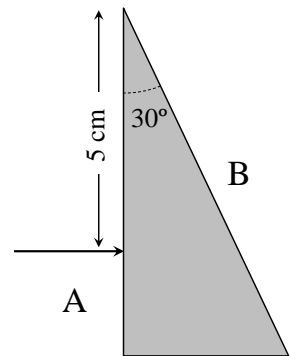
Dato: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.

A.4 (2 puntos). Sobre la cara A de un prisma de material transparente incide perpendicularmente desde el aire un rayo de luz a una distancia de 5 cm desde el vértice superior, cuyo ángulo es de 30° (ver figura).

a) Calcule el tiempo que tarda el rayo en alcanzar la cara B , y el ángulo de emergencia al aire a través de dicha cara, si el material es un vidrio con un índice de refracción de 1,5.

b) ¿Emergerá el rayo por la cara B si el prisma es de diamante, cuyo índice de refracción es de 2,5? Razone la respuesta.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$; Índice de refracción del aire, $n_{\text{aire}} = 1$.



A.5 (2 puntos). Para obtener imágenes del corazón se utiliza el isótopo ^{201}Tl del talio, que emite rayos gamma tras su desintegración, con un período de semidesintegración de 3,04 días. Para una correcta visualización de los tejidos cardíacos se recomienda inyectar una dosis de $0,9 \text{ MBq kg}^{-1}$.

a) Obtenga la constante de desintegración radiactiva del isótopo. Determine la cantidad de ^{201}Tl , expresada en gramos, recomendada para diagnosticar a un paciente de 75 kg.

b) Calcule el tiempo necesario para que el nivel de actividad se reduzca a un 1% respecto a la actividad inicial.

Datos: Número de Avogadro, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$; Masa atómica del ^{201}Tl , $M_A = 201 \text{ u}$.

B.1 (2 puntos). La sonda espacial *Mars Reconnaissance Orbiter* consiguió en septiembre de 2006 situarse en una órbita circular en torno al planeta Marte a 290 km de altura sobre la superficie para realizar un mapeo de su superficie. Tras utilizar combustible en la maniobra de aproximación, la sonda actualmente tiene una masa de 1031 kg.

a) Halle el periodo de revolución de la sonda espacial y su velocidad orbital alrededor de Marte.

b) Obtenga la energía mínima necesaria que habría que suministrar al satélite para que escape del campo gravitatorio marciano.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; Masa de Marte, $M_{\text{Marte}} = 6,42 \cdot 10^{23} \text{ kg}$; Radio de Marte, $R_{\text{Marte}} = 3,39 \cdot 10^6 \text{ m}$.

B.2 (2 puntos). Un oscilador armónico de frecuencia 1000 Hz genera en una cuerda una onda transversal que se propaga en el sentido positivo del eje x , con una longitud de onda de 1,5 m. La velocidad máxima de oscilación de un punto de la cuerda es de 100 m s^{-1} . Además, para un punto de la cuerda situado en $x = 0 \text{ m}$ y en el instante $t = 600 \mu\text{s}$, la elongación de la onda es de 1 cm y su velocidad de oscilación es positiva.

a) Determine la velocidad de propagación y la amplitud de la onda.

b) Halle la fase inicial y escriba la expresión matemática que representa dicha onda.

B.3 (2 puntos). Una espira circular de radio 6 cm, inicialmente situada en el plano xy , está inmersa en el seno de un campo magnético homogéneo dirigido hacia el sentido positivo del eje z . Calcule, para el instante $t = 7 \text{ ms}$, el flujo del campo magnético en la espira y la fuerza electromotriz inducida en los siguientes casos:

a) El módulo del campo magnético varía de la forma $B = 3t^2$ (B expresado en teslas y t en segundos).

b) El módulo del campo magnético es constante e igual a $B = 8 \text{ mT}$, y la espira gira con una velocidad angular de 60 rad s^{-1} , alrededor del eje y .

B.4 (2 puntos). Determine las posiciones donde debe colocarse un objeto real situado a la izquierda de una lente convergente de potencia 2,5 dioptrías para que el tamaño de la imagen formada por la lente sea:

a) Derecha y el doble que el tamaño del objeto.

b) Invertida y la mitad del tamaño del objeto.

Indique, en cada caso, la naturaleza de la imagen y realice el trazado de rayos correspondiente.

B.5 (2 puntos). Un sistema atómico que consta de tres niveles energéticos se utiliza para obtener radiación láser. Con respecto al primer nivel (nivel fundamental), el segundo y el tercer nivel se sitúan a 2,07 eV y 2,76 eV, respectivamente. La absorción se produce desde el primer nivel al tercero, mientras que la emisión láser se produce por la transición entre el segundo nivel y el fundamental.

a) Halle la longitud de onda y la frecuencia del fotón necesario para que se produzca la absorción (transición $1 \rightarrow 3$).

b) Calcule la longitud de onda de la radiación emitida (transición $2 \rightarrow 1$) y la potencia del láser si se emiten $2 \cdot 10^{16}$ fotones/s.

Datos: Constante de Planck, $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$; Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

FÍSICA

- * Las preguntas deben contestarse razonadamente, valorando en su resolución una adecuada estructuración y el rigor en su desarrollo.
- * Se valorará positivamente la inclusión de pasos detallados, así como la realización de diagramas, dibujos y esquemas.
- * En la corrección de las preguntas se tendrá en cuenta el proceso seguido en la resolución de las mismas, valorándose positivamente la identificación de los principios y leyes físicas involucradas.
- * Se valorará la destreza en la obtención de resultados numéricos y el uso correcto de las unidades en el Sistema Internacional.
- * Cada pregunta, debidamente justificada y razonada con la solución correcta, se calificará con un máximo de 2 puntos.
- * En las preguntas que consten de varios apartados, la calificación máxima será la misma para cada uno de ellos (desglosada en múltiplos de 0,25 puntos).

SOLUCIONES

A.1 (2 puntos). Calisto (el tercer satélite con mayor masa del sistema solar), que posee una densidad de $1,83 \text{ g cm}^{-3}$ y un radio de 2410 km, da una revolución alrededor del planeta Júpiter cada 16,89 días.

a) Calcule la masa del satélite y la aceleración de la gravedad en su superficie.

b) Obtenga la energía cinética y la energía mecánica de Calisto en su órbita circular alrededor del planeta.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; Masa de Júpiter, $M_{Jup} = 1,90 \cdot 10^{27} \text{ kg}$.

Soluciones:

a) Para hallar la masa del satélite, conociendo su radio y su densidad:

$$R_{Cal} = 2410 \text{ km} = 2,41 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$V_{Cal} = \frac{4}{3} \pi R_{Cal}^3 = 5,86 \cdot 10^{19} \text{ m}^3$$

$$M_{Cal} = \rho_{Cal} V_{Cal} = \boxed{1,07 \cdot 10^{23} \text{ kg}}$$

De la segunda ley de Newton y de la ley de gravitación:

$$F_g = \frac{GMm}{R^2} = mg, \text{ se obtiene:}$$

$$g_{sup} = \frac{GM_{Cal}}{R_{Cal}^2} = \boxed{1,23 \text{ m s}^{-2}}$$

b) Calculamos primero el radio de la órbita circular, teniendo en cuenta que la fuerza centrípeta es la fuerza de atracción gravitatoria:

$$F = \frac{GM_{Jup} M_{Cal}}{r^2} = \frac{M_{Cal} v^2}{r}$$

$$v^2 = \frac{GM_{Jup}}{r}$$

Para una órbita circular se tiene:

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

Combinando las dos expresiones anteriores se obtiene (con $T = 16,89 \text{ días} = 1459296 \text{ s}$):

$$r = \left(\frac{GM_{Jup} T^2}{4\pi^2} \right)^{1/3} = 1,90 \cdot 10^9 \text{ m}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} = 8173 \text{ m s}^{-1}$$

La energía cinética y la energía mecánica vienen dadas por:

$$E_{cin} = \frac{1}{2} M_{Cal} v^2 = \boxed{3,58 \cdot 10^{30} \text{ J}}$$

$$E_{mec} = -\frac{1}{2} \frac{GM_{Jup} M_{Cal}}{r} = \boxed{-3,58 \cdot 10^{30} \text{ J}}$$

A.2 (2 puntos). Un violín emite ondas sonoras con una potencia de $5 \cdot 10^{-3}$ W cuando se toca la nota Fa de 698 Hz.

a) Indique razonadamente si la onda es longitudinal o transversal y obtenga su longitud de onda.

b) Calcule el nivel de intensidad sonora que percibe un oyente situado a 20 m generado por 15 violines de una orquesta tocando al unísono.

Datos: Intensidad umbral de audición, $I_0 = 10^{-12}$ W m⁻²; Velocidad del sonido en el aire, $v_s = 340$ m s⁻¹.

Soluciones:

a) Las ondas sonoras son longitudinales, pues la dirección de oscilación (variaciones de presión o densidad) coincide con la dirección de propagación de la onda.

La longitud de onda es:

$$\lambda = \frac{v_s}{f} = 0,487 \text{ m}$$

b) La potencia de 15 violines es:

$$P_{total} = 15P = 0,075 \text{ W}$$

La intensidad de la onda producida por los 15 violines a 20 m será:

$$I = \frac{P_{total}}{S} = \frac{P_{total}}{4\pi d^2} = 1,49 \cdot 10^{-5} \text{ W m}^{-2}$$

De donde el nivel de intensidad sonora se calcula como:

$$S = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0} = \boxed{71,74 \text{ dB}}$$

A.3 (2 puntos). Dos cargas eléctricas puntuales A y B de valores $q_A = +5$ nC y $q_B = -5$ nC, están situadas en el plano xy en las posiciones (-4, 0) cm y (4, 0) cm, respectivamente. Determine el potencial eléctrico y el campo eléctrico creado por esta distribución de cargas en:

a) El origen de coordenadas.

b) El punto del plano (0, 3) cm.

Dato: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9$ N m² C⁻².

Soluciones:

a) Como ambas cargas están a una distancia de 4 cm del origen, entonces el potencial será nulo, ya que:

$$V = V_A + V_B = K \frac{q_A}{d} + K \frac{q_B}{d} = K \frac{q_A}{d} - K \frac{q_A}{d} = 0 \text{ V}$$

Por su parte, el campo eléctrico es la suma de ambos campos y tiene la dirección y sentido del eje x positivo:

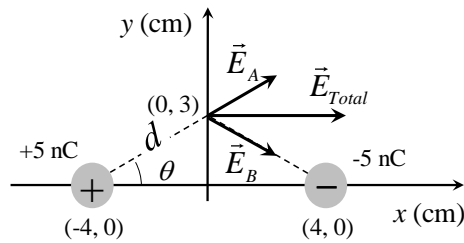
$$E_x = 2K \frac{q}{d^2} = 5,62 \cdot 10^4 \text{ N C}^{-1}$$

$$E_y = 0 \text{ N C}^{-1}$$

Con lo que el vector campo eléctrico será:

$$\vec{E} = 5,62 \cdot 10^4 \vec{i} \text{ N C}^{-1}$$

b) En el punto (0, 3) cm, el campo tiene la dirección que se muestra en la figura, en la que se aprecia que las componentes y se anulan y únicamente quedan las componentes x.



La distancia de las cargas al punto será:

$$d = \sqrt{3^2 + 4^2} \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

Como las cargas son iguales y de signo contrario y están a la misma distancia del punto, su potencial será nulo, como en el caso anterior:

$$V = V_A + V_B = K \frac{q_A}{d} + K \frac{q_B}{d} = 0 \text{ V}$$

El módulo del campo eléctrico será:

$$|\vec{E}| = K \frac{q}{d^2} = 1,8 \cdot 10^4 \text{ N C}^{-1}$$

El coseno del ángulo con el eje x será:

$$\cos \theta = \frac{4}{5}$$

Por tanto, el campo eléctrico será:

$$E_x = 2E \cos \theta = 2,88 \cdot 10^4 \text{ N C}^{-1}$$

$$E_y = 0$$

Por tanto, el vector campo eléctrico será:

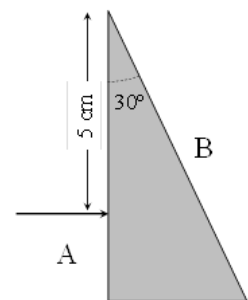
$$\vec{E} = 2,88 \cdot 10^4 \vec{i} \text{ N C}^{-1}$$

A.4 (2 puntos). Sobre la cara A de un prisma de material transparente incide perpendicularmente desde el aire un rayo de luz a una distancia de 5 cm desde el vértice superior, cuyo ángulo es de 30° (ver figura).

a) Calcule el tiempo que tarda el rayo en alcanzar la cara B, y el ángulo de emergencia al aire a través de dicha cara, si el material es un vidrio con un índice de refracción de 1,5.

b) ¿Emergerá el rayo por la cara B si el prisma es de diamante, cuyo índice de refracción es de 2,5? Razone la respuesta.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$; Índice de refracción del aire, $n_{\text{aire}} = 1$.



Soluciones:

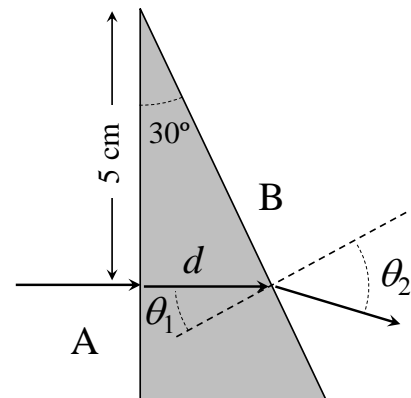
a) Según la figura, la distancia recorrida por el rayo desde la cara A a la cara B viene dada por:

$$d = 5 \text{ cm} \cdot \tan 30^\circ = 2,89 \text{ cm}$$

El tiempo que tarda el rayo en recorrer esa distancia es:

$$t = \frac{d}{v} = \frac{d}{c/n_{\text{vidrio}}} = \frac{n_{\text{vidrio}} d}{c} = 1,44 \cdot 10^{-10} \text{ s}$$

De la figura puede deducirse que el ángulo θ_1 es igual a 30° (por ejemplo, teniendo en cuenta que el rayo incidente y la normal



son perpendiculares a la cara A y la B, respectivamente). El ángulo de refracción se calcula a través de la ley de Snell:

$$n_{\text{vidrio}} \sen \theta_1 = n_{\text{aire}} \sen \theta_2 \qquad \theta_2 = \arcsen \left(\frac{n_{\text{vidrio}} \sen \theta_1}{n_{\text{aire}}} \right) = 48,6^\circ$$

b) Aplicando la ley de Snell se obtiene que:

$$\sen \theta_2 = \frac{n_{\text{diamante}} \sen \theta_1}{n_{\text{aire}}} = 1,25$$

Lo cual indica que es imposible la existencia de rayo refractado, por lo que el rayo sufrirá reflexión total en la cara B, y no emergerá al aire.

(De hecho el máximo índice de refracción admisible para que exista emergencia del rayo es:

$$n_{\text{prisma}} = \frac{n_{\text{aire}} \sen 90^\circ}{\sen 30^\circ} = 2,00)$$

A.5 (2 puntos). Para obtener imágenes del corazón se utiliza el isótopo ^{201}Tl del talio, que emite rayos gamma tras su desintegración, con un período de semidesintegración de 3,04 días. Para una correcta visualización de los tejidos cardíacos se recomienda inyectar una dosis de $0,9 \text{ MBq kg}^{-1}$.

a) Obtenga la constante de desintegración radiactiva del isótopo. Determine la cantidad de ^{201}Tl , expresada en gramos, recomendada para diagnosticar a un paciente de 75 kg.

b) Calcule el tiempo necesario para que el nivel de actividad se reduzca a un 1% respecto a la actividad inicial.

Datos: Número de Avogrado, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$; Masa atómica del ^{201}Tl , $M_A = 201 \text{ u}$.

Soluciones:

a) La vida media y la constante de semidesintegración se relacionan mediante:

$$\tau = \frac{T_{1/2}}{\ln(2)} = 3,79 \cdot 10^5 \text{ s}$$

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = 2,64 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

Por otro lado, la actividad recomendada para ese paciente es:

$$A = d(\text{Bq/kg}) \cdot m(\text{kg}) = 6,75 \cdot 10^7 \text{ Bq}$$

El número de átomos correspondientes a esa actividad es:

$$A = \lambda N \Rightarrow N = \frac{A}{\lambda} = 2,56 \cdot 10^{13} \text{ núcleos}$$

De donde se puede calcular la masa de esa colección de átomos:

$$N = \frac{N_A m}{M_{\text{Tl}}} \Rightarrow m = \frac{NM_{\text{Tl}}}{N_A} = 8,54 \cdot 10^{-9} \text{ g}$$

b) La actividad decae según la ley radiactiva:

$$A = A_0 \exp(-t / \tau)$$

de donde:

$$t = \tau \ln(A_0 / A) = \tau \ln(100) = 1,74 \cdot 10^6 \text{ s} = 20,2 \text{ días}$$

B.1 (2 puntos). La sonda espacial *Mars Reconnaissance Orbiter* consiguió en septiembre de 2006 situarse en una órbita circular en torno al planeta Marte a 290 km de altura sobre la superficie para realizar un mapeo de su superficie. Tras utilizar combustible en la maniobra de aproximación, la sonda actualmente tiene una masa de 1031 kg.

a) Halle el periodo de revolución de la sonda espacial y su velocidad orbital alrededor de Marte.

b) Obtenga la energía mínima necesaria que habría que suministrar al satélite para que escape del campo gravitatorio marciano.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; Masa de Marte, $M_{\text{Marte}} = 6,42 \cdot 10^{23} \text{ kg}$; Radio de Marte, $R_{\text{Marte}} = 3,39 \cdot 10^6 \text{ m}$.

Soluciones:

a) Teniendo en cuenta que la fuerza centrípeta es la fuerza de atracción gravitatoria:

$$F = \frac{GM_{\text{Marte}}m}{r^2} = \frac{m v^2}{r}$$

$$v^2 = \frac{GM_{\text{Marte}}}{r}$$

Para una órbita circular se tiene:

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

Combinando las dos expresiones anteriores se obtiene:

$$T = 2\pi \left(\frac{r^3}{GM_{\text{Marte}}} \right)^{1/2} = 6,78 \cdot 10^3 \text{ s}$$

donde $r = R_{\text{Marte}} + h = 3,68 \cdot 10^6 \text{ m}$.

$$v = \frac{2\pi r}{T} = 3,41 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

b) La condición para que escape del campo gravitatorio es que la velocidad en el infinito debe ser mayor que cero. La energía mínima será pues cuando la velocidad en el infinito sea cero. Así pues, en el infinito tanto la energía potencial como la cinética deben ser cero, por lo que la energía a suministrar será:

$$0 = E_{\text{mec}} + E_{\text{suministrar}}$$

$$E_{\text{suministrar}} = -E_{\text{mec}} = \frac{1}{2} \frac{GM_{\text{Marte}}m}{r} = 6,00 \cdot 10^9 \text{ J}$$

B.2 (2 puntos). Un oscilador armónico de frecuencia 1000 Hz genera en una cuerda una onda transversal que se propaga en el sentido positivo del eje x , con una longitud de onda de 1,5 m. La velocidad máxima de oscilación de un punto de la cuerda es de 100 m s^{-1} . Además, para un punto de la cuerda situado en $x = 0 \text{ m}$ y en el instante $t = 600 \mu\text{s}$, la elongación de la onda es de 1 cm y su velocidad de oscilación es positiva.

- Determine la velocidad de propagación y la amplitud de la onda.
- Halle la fase inicial y escriba la expresión matemática que representa dicha onda.

Soluciones:

- La velocidad de propagación será:

$$v_{prop} = \lambda f = 1500 \text{ m s}^{-1}$$

Suponiendo una expresión para la onda del tipo:

$$y(x, t) = A \text{ sen} \left(2\pi f t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi \right)$$

La velocidad de oscilación viene dada por:

$$v_{osc} = \frac{y(x, t)}{dt} = 2\pi f A \cos \left(2\pi f t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi \right)$$

de donde:

$$A = \frac{v_{osc, \max}}{2\pi f} = 1,59 \text{ cm}$$

- Para obtener la fase inicial, primeramente hallamos k y ω :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{4\pi}{3} \text{ rad m}^{-1}$$

$$\omega = 2\pi f = 2000 \pi \text{ rad s}^{-1}$$

Con lo que la expresión de la onda será:

$$y(x, t) = 1,59 \text{ sen} \left(2000 \pi t - \frac{4\pi x}{3} + \varphi \right) \text{ cm}$$

En la posición $x = 0 \text{ m}$ y en el tiempo $t = 600 \mu\text{s}$, la elongación es +1 cm:

$$1 \text{ cm} = 1,59 \text{ sen} \left(2000 \pi 600 \cdot 10^{-6} + \varphi \right) \text{ cm}$$

Así que existen dos soluciones para φ :

$$0,628931 = \text{sen}(3,77 + \varphi_1) \Rightarrow 3,77 + \varphi_1 = 0,679 \Rightarrow \varphi_1 = -3,09 \text{ rad}$$

o bien:

$$0,628931 = \text{sen}(3,77 + \varphi_2) \Rightarrow 3,77 + \varphi_2 = \pi - 0,679 \Rightarrow \varphi_2 = -1,31 \text{ rad}$$

La velocidad de oscilación para uno y otro valor de la fase es:

$$v_{osc} = 2\pi f A \cos(2\pi f t - 2\pi x / \lambda + \varphi_1) = 77,80 \text{ m s}^{-1} > 0$$

$$v_{osc} = 2\pi f A \cos(2\pi f t - 2\pi x / \lambda + \varphi_2) = -77,80 \text{ m s}^{-1} < 0$$

Así pues, la fase correcta es φ_1 .

La expresión de la onda queda:

$$y(x, t) = 0,0159 \text{ sen}(6283t - 4,19x - 3,09) \text{ m}$$

(También valdría la expresión:

$$y(x, t) = 0,0159 \text{ sen}(-6283t + 4,19x + 6,23) \text{ m},$$

así como expresiones en función del coseno).

B.3 (2 puntos). Una espira circular de radio 6 cm, inicialmente situada en el plano xy, está inmersa en el seno de un campo magnético homogéneo dirigido hacia el sentido positivo del eje z. Calcule, para el instante $t = 7$ ms, el flujo del campo magnético en la espira y la fuerza electromotriz inducida en los siguientes casos:

a) El módulo del campo magnético varía de la forma $B = 3t^2$ (B expresado en teslas y t en segundos).

b) El módulo del campo magnético es constante e igual a $B = 8$ mT, y la espira gira con una velocidad angular de 60 rad s^{-1} , alrededor del eje y.

Soluciones:

a) La superficie es: $S = \pi R^2 = 1,13 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$

Flujo de campo magnético:

$$\Phi = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = BS = 3t^2 S \Rightarrow \Phi(t = 7 \text{ ms}) = 1,66 \cdot 10^{-6} \text{ Wb}$$

Fuerza electromotriz inducida:

$$E(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(BS)}{dt} = -S \frac{d(3t^2)}{dt} = -6St \Rightarrow E(t = 7 \text{ ms}) = -4,75 \cdot 10^{-4} \text{ V}$$

b) El flujo del campo magnético es proporcional al coseno de la velocidad angular por el tiempo, ya que en el instante inicial el flujo es máximo:

$$\Phi = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = BS \cos \omega t = 9,05 \cdot 10^{-5} \text{ Wb} \cos 60t \Rightarrow \Phi(t = 7 \text{ ms}) = 8,26 \cdot 10^{-5} \text{ Wb}$$

Fuerza electromotriz inducida:

$$E(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(BS \cos \omega t)}{dt} = BS \omega \text{ sen } \omega t = 5,43 \cdot 10^{-3} \text{ V} \text{ sen } 60t$$

De manera que la fem inducida para $t = 7$ ms es:

$$E(t = 7 \text{ ms}) = 2,21 \cdot 10^{-3} \text{ V}$$

B.4 (2 puntos). Determine las posiciones donde debe colocarse un objeto real situado a la izquierda de una lente convergente de potencia 2,5 dioptrías para que el tamaño de la imagen formada por la lente sea:

a) Derecha y el doble que el tamaño del objeto.

b) Invertida y la mitad del tamaño del objeto.

Indique, en cada caso, la naturaleza de la imagen y realice el trazado de rayos correspondiente.

Soluciones:

La relación entre las posiciones de la imagen y el objeto, y la distancia focal viene dada por:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

Donde $f' = \frac{1}{P} = 0,4 \text{ m} = 40 \text{ cm}$. Además, el aumento es:

$$M = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

Combinando ambas expresiones, se obtiene:

$$s = f' \left(\frac{1}{M} - 1 \right)$$

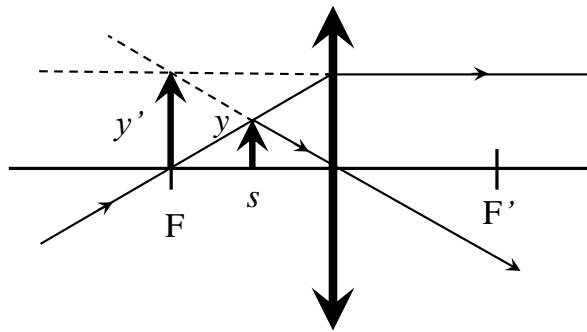
a) Para $M = 2$ (signo positivo para imagen derecha):

$$s = f' \left(\frac{1}{2} - 1 \right) = -20 \text{ cm}$$

Por su parte, la distancia imagen es:

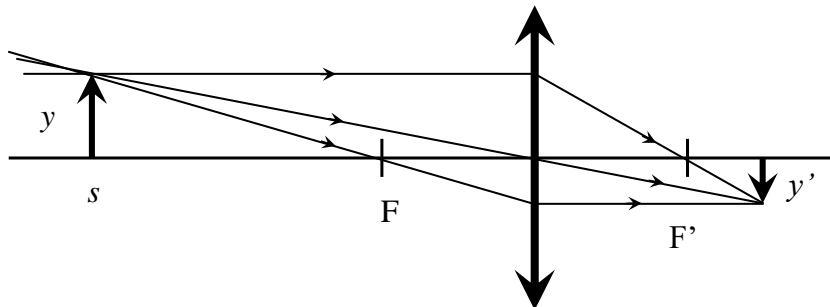
$$s' = M s = -40 \text{ cm}$$

Por lo que la imagen es virtual.



b) Para $M = -1/2$ (signo negativo para imagen invertida):

$$s = f' (-2 - 1) = -120 \text{ cm}$$



Por su parte, la distancia imagen es:

$$s' = M s = 60 \text{ cm}$$

Por lo que la imagen es real.

B.5 (2 puntos). Un sistema atómico que consta de tres niveles energéticos se utiliza para obtener radiación láser. Con respecto al primer nivel (nivel fundamental), el segundo y el tercer nivel se sitúan a 2,07 eV y 2,76 eV, respectivamente. La absorción se produce desde el primer nivel al tercero, mientras que la emisión láser se produce por la transición entre el segundo nivel y el fundamental.

a) Halle la longitud de onda y la frecuencia del fotón necesario para que se produzca la absorción (transición 1 \rightarrow 3).

b) Calcule la longitud de onda de la radiación emitida (transición 2 \rightarrow 1) y la potencia del láser si se emiten $2 \cdot 10^{16}$ fotones/s.

Datos: Constante de Planck, $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J s; Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8$ m s $^{-1}$; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

Soluciones:

a) En primer lugar pasamos la energía dada en electrón-volios a julios:

$$E(\text{J}) = E(\text{eV}) e = 4,42 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Por otra parte, la frecuencia está relacionada con la energía de la transición, dada por:

$$E = h\nu$$

$$\nu_{1 \rightarrow 3} = \frac{E_{1 \rightarrow 3}}{h} = 6,66 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

y la longitud de onda del fotón:

$$\lambda_{1 \rightarrow 3} = \frac{c}{\nu_{1 \rightarrow 3}} = 4,50 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 450 \text{ nm}$$

b) Pasamos la energía dada en electrón-volios a julios:

$$E(\text{J}) = E(\text{eV}) e = 3,31 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

La frecuencia será en este caso:

$$\nu_{2 \rightarrow 1} = \frac{E_{2 \rightarrow 1}}{h} = 4,99 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

y la longitud de onda del fotón:

$$\lambda_{2 \rightarrow 1} = \frac{c}{\nu_{2 \rightarrow 1}} = 6,00 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 600 \text{ nm}$$

La potencia del láser será el flujo de fotones multiplicado por la energía de cada fotón:

$$P = \Phi E_{\text{fotón}} = 2 \cdot 10^{16} \text{ fotones/s} \cdot 3,31 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 6,62 \cdot 10^{-3} \text{ W}$$