

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Se presentan a continuación dos pruebas: **OPCIÓN A** y **OPCIÓN B**, cada una de ellas con un ejercicio y varias cuestiones. Se ha de elegir una prueba entera, no pudiendo, por tanto, mezclar preguntas de ambas pruebas. La puntuación total de la prueba es de 10 puntos, desglosados tal y como se indica en los apartados de cada pregunta. La duración para contestar la prueba elegida será de hora y media.

OPCIÓN A

**CUESTIÓN 1: (1 punto)**

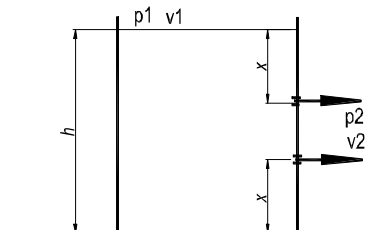
Se pretende derribar un globo que se encuentra a una altura de 4,72 m sobre el nivel del suelo, usando un lanzadardos que dispara proyectiles con una velocidad de salida de 25 m/s y un ángulo fijo de  $30^\circ$  respecto a la horizontal. ¿A qué distancia del globo debe situarse el lanzador para poder abatirlo?

**CUESTIÓN 2: (1 punto)**

Un recipiente de paredes verticales esta lleno de un líquido hasta una altura  $h$ . Si se abre un orificio de sección despreciable respecto a las dimensiones del recipiente en una de sus paredes, explicar razonadamente en cual de los dos casos siguientes la velocidad de salida de chorro es mayor.

- Si el orificio está a una altura "x" de la superficie
- Si el orificio está a una altura "x" del fondo.

siendo  $x < h/2$  en los dos casos.

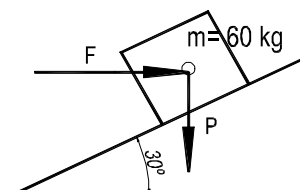


**CUESTIÓN 3: (1 Punto)**

Sea la fuerza  $F$  aplicada en el centro de gravedad del bloque indicado en la figura, que se encuentra inicialmente en reposo. Indicar el sentido de desplazamiento de la masa sobre el plano si la fuerza  $F$  vale:

- $F = 550$  N
- $F = 200$  N

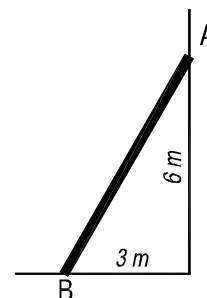
siendo el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano de 0,20. Considerar  $g = 9,8$  m/s<sup>2</sup>.



**CUESTIÓN 4: (1 punto)**

Una escalera se encuentra apoyada por sus extremos A y B en una pared vertical y en el suelo respectivamente, tal y como se muestra en la figura. Suponiendo que no existiera rozamiento, si el extremo A desliza hacia abajo con una velocidad de 0,8 m/s, calcular en ese instante:

- Velocidad lineal del otro extremo
- Velocidad angular de la escalera



UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID  
PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (LOGSE)

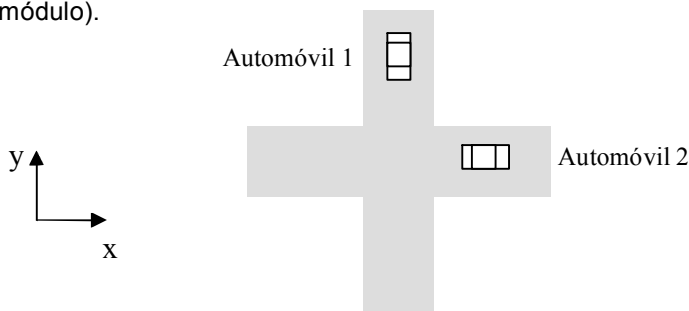
Curso 2007-2008

MATERIA: MECÁNICA

OPCIÓN A

**CUESTIÓN 5:** (1 punto)

El automóvil 1, de 1500 kg circula a 70 km/h y choca en un cruce con el automóvil 2 de 900 kg que circula en dirección perpendicular a 50 km/h, tal y como se indica en la siguiente figura. Si ambos quedan trabados al chocar, determinar la velocidad con la que se mueven después del choque (componentes y módulo).

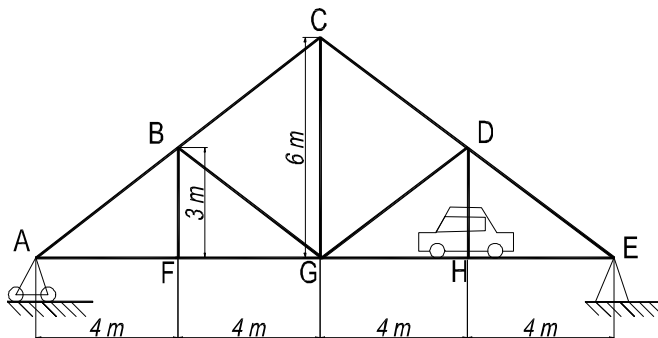


**EJERCICIO:** (5 puntos)

Se considera el puente formado por la siguiente estructura de vigas de acero.

Considerando que el peso de la estructura es de 20 t, calcular:

- Tensión que soporta la barra central si se para un camión de 8 000 kg de peso en el punto H, indicando si es de tracción o compresión (1 punto).
- Tensión que soporta la misma barra cuando el coche esté en G (punto central del puente) (1 punto).
- Indicar que barras no trabajan en este segundo caso (1 punto)
- Reacciones en los apoyos del puente para ambas posiciones del vehículo (2 puntos).



MECÁNICA  
CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN  
OPCIÓN A

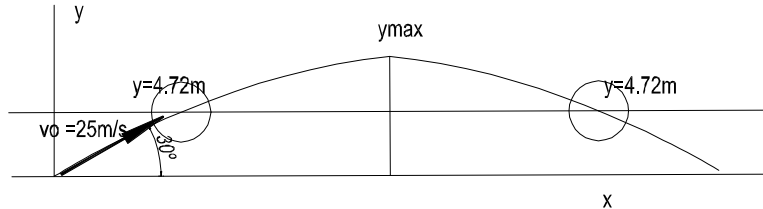
**Cuestión 1**

$$V_{ox} = V_o \cdot \cos 30^\circ = 21,65 \text{ m/s}$$

$$V_{oy} = V_o \cdot \text{sen} 30^\circ = 12,5 \text{ m/s}$$

$$V_x = V_{ox}$$

$$V_y = V_{oy} - gt$$



$$x = V_x t = V_o \cdot \cos 30^\circ \cdot t$$

$$y = V_{oy} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 = V_o \text{sen} 30^\circ \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

Eliminando el tiempo entre estas dos últimas ecuaciones y simplificando, se obtiene la ecuación de la trayectoria que describe el dardo:

$y = x \tan 30^\circ - \frac{1}{2} \frac{g}{(V_o \cdot \cos 30^\circ)^2} \cdot x^2$  ecuación de segundo grado, que indica que puede haber hasta dos posibles posiciones desde las cuales se alcanzaría el globo.

Resolviendo esta ecuación de segundo grado para el valor de  $y = 4.72 \text{ m}$ , se obtienen dos valores de  $x$ .

$$4,72 = 0,577x - 0,010453x^2$$

$$x^2 - 55,197x + 451,545 = 0$$

$$x = \frac{55,197 \pm \sqrt{55,197^2 - 4 \cdot 451,545}}{2} = \frac{55,197 \pm 35,221}{2} =$$

$$x_1 = 9,988 \text{ m}$$

$$x_2 = 45,209 \text{ m}$$

**Cuestión 2**

Aplicando el T<sup>a</sup> de Bernoulli,

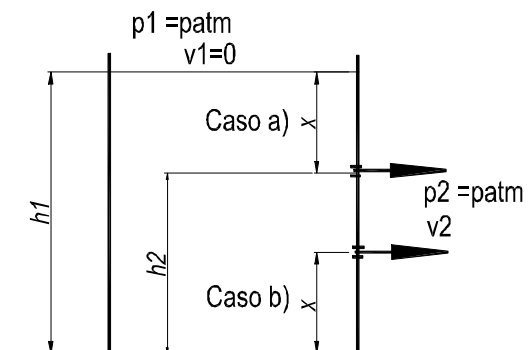
$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + h_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + h_2$$

Considerando que  $p_1 = p_2 = p_{atm}$  y que la velocidad de descenso del líquido en el área libre del recipiente es despreciable ( $v_1 = 0$ ), se obtiene:

$$h_1 = \frac{v_2^2}{2g} + h_2$$

$$v_2^2 = 2g(h_1 - h_2)$$

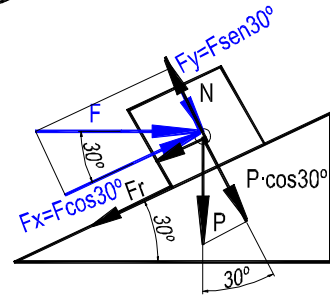
En el Caso a.  $(h_1 - h_2) = x$



En el Caso b  $(h_1 - h_2) = h - x$ , como  $x < \frac{h}{2}$ ;  $(h - x) > x$ ; entonces  $v_2^2$  será mayor en el caso b.

### Cuestión 3

Teniendo en cuenta la descomposición de fuerzas según el esquema que se muestra en la figura y las ecuaciones de equilibrio en dirección paralela al plano inclinado  $\sum F_x = 0$  el bloque subirá si se cumple  $F_r + P \text{sen} 30^\circ < F_x$  y bajará si  $F_r + P \text{sen} 30^\circ > F_x$ .



Además del equilibrio en la dirección normal al plano  $\sum F_y = 0$ ;  
 $N = F_y + P \cos 30^\circ$

$$F_r = \mu \cdot N = \mu \cdot (F_y + P \cos 30^\circ) = \mu (F \text{sen} 30^\circ + P \cos 30^\circ);$$

Sustituyendo en la ecuación de equilibrio en x:

$$\mu (F \text{sen} 30^\circ + P \cos 30^\circ) + P \text{sen} 30^\circ = F \cos 30^\circ$$

$$0,20 \cdot (F \text{sen} 30^\circ + 60 \cdot 9,8 \cdot \cos 30^\circ) + 60 \cdot 9,8 \cdot \text{sen} 30^\circ = F \cos 30^\circ$$

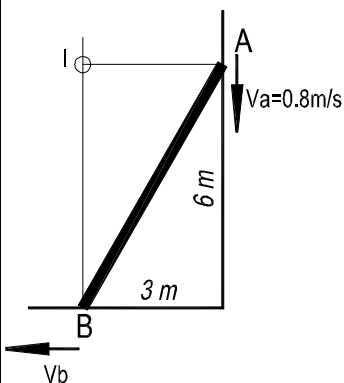
$$0,1 \cdot F + 101,844 + 294 = 0,866 F$$

$$0,766 F = 395,844$$

$$F = 516,76 N$$

Para  $F > 516,76 N$  el objeto subirá y para  $F < 516,76 N$  bajará, por lo que en el caso a) SUBE y en el caso b) BAJA.

### Cuestión 4



La escalera actúa como un sólido rígido describiendo un movimiento plano al resbalar por la pared, de forma que aplicando las ecuaciones propias de este movimiento:

$$\omega = \frac{V_A}{IA} = \frac{V_B}{IB}; V_B = V_A \cdot \frac{IB}{IA} = 0,8 \cdot \frac{6}{3} = 1,6 m/s$$

$$\omega = \frac{V_A}{IA} = \frac{0,8}{3} = 0,266 rad/s$$

### Cuestión 5

Aplicando la conservación de la cantidad de movimiento:

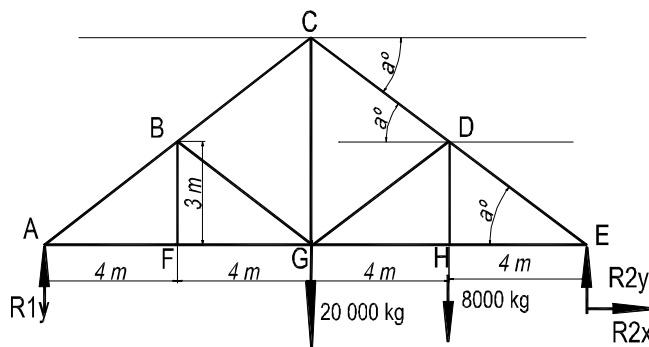
$$-m_1 v_1 \vec{j} - m_2 v_2 \vec{i} = (m_1 + m_2) \vec{v}_3 \quad \text{despejando} \quad v_{3,x} = \frac{-m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} = -5,205 \text{ m/s}$$

$$v_{3,y} = \frac{-m_1 \cdot v_1}{m_1 + m_2} = -12,15 \text{ m/s en módulo}; \quad v_3 = 13,22 \text{ m/s} = 47,6 \text{ km/h}$$

(1 punto)

### EJERCICIO

1. Aplicando las ecuaciones de equilibrio, se calculan las reacciones en los apoyos:



$$\sum M_1 = 0; 20000 \cdot 8 + 8000 \cdot 12 - R_{2,y} \cdot 16 = 0;$$

$$\sum F_y = 0; 20000 + 8000 = R_{1,y} + R_{2,y}$$

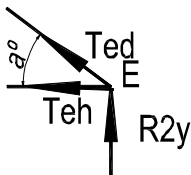
$$R_{2,y} = 16000 \text{ kp} = 156800 \text{ N}$$

$$R_{1,y} = 12000 \text{ kp} = 117600 \text{ N}$$

$$R_{1,x} = 0 \text{ N}$$

(1 punto)

2. Aplicando equilibrio en los nodos (se considera tracción, si la tensión es saliente del nodo):



$$T_{ED} \cdot \text{sen} \alpha + R_{2,y} = 0$$

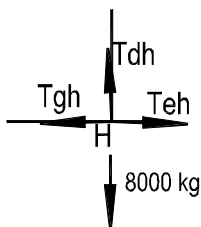
$$\text{sen} \alpha = 0,6$$

$$\text{cos} \alpha = 0,8$$

$$T_{ED} \cos \alpha + T_{EH} = 0$$

$$T_{ED} = -26666,67 \text{ kp} = -261333,37 \text{ N}; \text{ Compresión}$$

$$T_{EH} = 21333,34 \text{ kp} = 209066,73 \text{ N}; \text{ Tracción}$$



$$T_{EH} = T_{GH} = 209066,73 \text{ N}; \text{ Tracción}$$

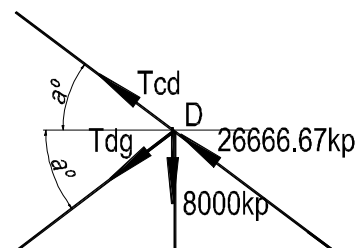
$$T_{DH} = 8000 \text{ kp} = 78400 \text{ N}; \text{ Tracción}$$

$$T_{CD} \cdot \text{sen} \alpha - T_{DG} \cdot \text{sen} \alpha + 26666,67 \cdot \text{sen} \alpha - 8000 = 0;$$

$$T_{CD} \cdot \text{cos} \alpha + T_{DG} \cdot \text{cos} \alpha + 26666,67 \cdot \text{cos} \alpha = 0;$$

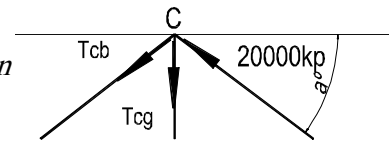
$$T_{CD} = -20000 \text{ kp} = -196000 \text{ N}; \text{ Compresión}$$

$$T_{DG} = -6666,67 \text{ kp} = -65333,37 \text{ N}; \text{ Compresión}$$



$$T_{CB} = -20000kp = -196000N; \text{Compresión}$$

$$T_{CG} + T_{CB} \cdot \text{sena} = 20000 \cdot \text{sena}; T_{CG} = 24000kp = 235200N; \text{Tracción}$$



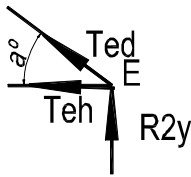
(1 punto)

3. Si el coche está en G, las reacciones verticales en los apoyos son iguales ya que toda la carga esta centrada respecto a la estructura. Así:

$$R_{1y} = R_{2y} = 14000kp = 137200N \quad (1 \text{ punto})$$

$$R_{2x} = 0N$$

4. Aplicando equilibrio en los nodos:

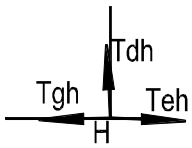


$$T_{ED} \cdot \text{sena} + R_{2y} = 0$$

$$T_{ED} \cos \alpha + T_{EH} = 0$$

$$T_{ED} = -23333,34kp = -228666,67N; \text{Compresión}$$

$$T_{EH} = 18666,67kp = 182933,34N; \text{Tracción}$$

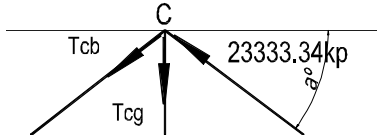


$$T_{DH} = 0; \text{ No trabaja}$$

$$T_{GH} = T_{EH} = 182933,34 \text{ N}; \text{ Tracción}$$

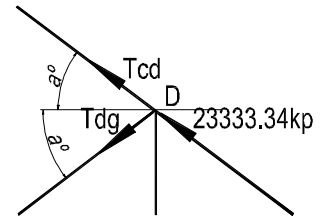
$$T_{DG} = 0; \text{ No trabaja}$$

$$T_{CD} = T_{ED} = -23333,34 \text{ kp} = -228666,67 \text{ N}; \text{ Compresión}$$



$$T_{CB} = -23333,34 \text{ kp} = -228666,67 \text{ N}; \text{ Compresión}$$

$$T_{CG} + T_{CB} \cdot \text{sena} = 23333,34 \cdot \text{sena}; T_{CG} = 28000 \text{ kp} = 274400 \text{ N}; \text{ Tracción}$$



Por simetría, las barras BG y BF tampoco trabajan.

**UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID**  
**PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (LOGSE)**

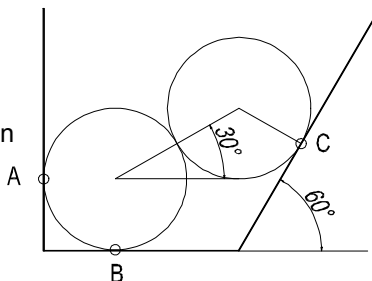
Curso 2007-2008

**MATERIA: MECÁNICA**

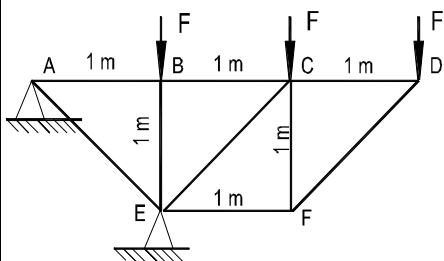
**OPCIÓN B**

**CUESTIÓN 1: (1 punto)**

Dos balones de fútbol idénticos de 450 g de masa, recogidos en un contenedor quedan en equilibrio en la posición indicada en la figura. Calcular las fuerzas ejercidas por ambos sobre las paredes del contenedor, en los puntos de contacto. Considerar  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .



**CUESTIÓN 2: (1 punto)**



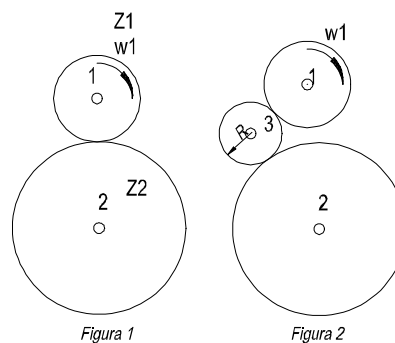
Dada la estructura de barras de la figura, calcular la tensión a la que se encuentra sometida la barra EF, si el valor de la fuerza F es de 2 kN, indicando si es de compresión o de tracción.

**CUESTIÓN 3: (1 punto)**

Determinar la altura de un acantilado si se deja caer una piedra desde el borde y se oye el choque contra el agua 5s después de haberla soltado. Considerar la velocidad de propagación del sonido en el aire de 340 m/s.

**CUESTIÓN 4: (2 puntos)**

El eje de un motor que gira a 2000 rpm transmite el movimiento a un segundo eje a través de un sistema de engranajes cilíndrico-rectos, tal y como se indica en la figura 1, siendo la relación de transmisión de 2 y el número de dientes del piñón 25. Calcular la velocidad y sentido de giro del engranaje nº 2 en este caso y en el caso que entre en funcionamiento un piñón intermedio 3 de Z dientes, tal y como se muestra en la figura 2.



UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID  
PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (LOGSE)

Curso 2007-2008

MATERIA: MECÁNICA

OPCIÓN B

**EJERCICIO :** (5 puntos)

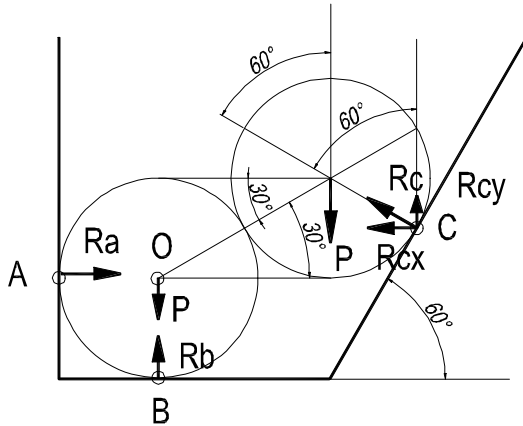
Un poste de madera de sección circular tiene una altura de 10 m y se encuentra empotrado en el suelo. Sobre el actúa el viento en dirección horizontal ejerciendo una presión uniforme de 80 kp/m. Si se sabe que la tensión máxima admisible del material es de 60 kp/cm<sup>2</sup>, calcular:

- a. la expresión del momento flector de la viga y el diámetro mínimo del poste para que soporte esta presión (2 puntos).
- b. Valor del esfuerzo cortante máximo (1,5 puntos)
- c. Si se duplica el diámetro del poste, hasta que valor podría aumentar la presión uniforme del viento sin que se sobrepase  $\sigma_{\max}$  (1,5 puntos).

Momento de inercia de una viga de sección circular  $I_z = \pi \cdot d^4 / 64$

MECÁNICA  
CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN  
OPCIÓN B

**Cuestión 1: (1 punto)**



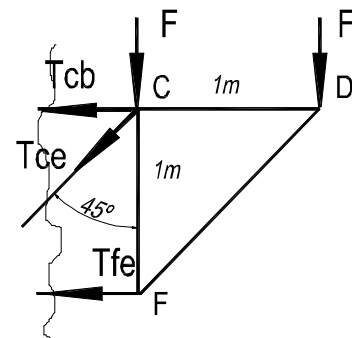
La reacción en el apoyo C se descompone en dos direcciones Rcx y Rcy. Aplicando las ecuaciones de equilibrio se obtienen las siguientes relaciones entre fuerzas:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0; R_A = R_{Cx} = R_C \cdot \text{sen}60^\circ \\ \sum F_y = 0; 2P = R_B + R_{Cy} = R_B + R_C \cdot \text{cos}60^\circ \\ \sum M_O = 0; \\ 2 \cdot R \cdot P \cdot \text{sen}120^\circ = 2 \cdot R \cdot R_C \cdot \text{sen}120^\circ \\ P = R_C = 0,450 \cdot 9,81 = 4,414 \text{ N} \\ R_A = 4,414 \cdot \text{sen}60^\circ = 3,823 \text{ N} \\ R_B = 2P - R_C \cdot \text{cos}60^\circ = 6,622 \text{ N} \end{aligned}$$

**Cuestión 2: (1 punto)**

La estructura es isostática interna:  $n=6$  nodos;  $b=9$  barras. Se cumple  $b=2n-3$ .  
Aplicando el método de Ritter dividimos la estructura en dos de forma que se corte la barra cuya tensión deseamos calcular y nos quedamos con una de ellas, sustituyendo las barras cortadas por las tensiones en las mismas. El criterio de signos es: tensión saliente del nodo TRACCIÓN; entrante al nodo: COMPRESIÓN.

$$\begin{aligned} \sum M_C = 0; T_{FE} \cdot 1 + F \cdot 1 = 0 \quad \text{Sentido de la tensión contrario al} \\ T_{FE} = -F = -2 \text{ kN}; \\ \text{supuesto, luego la barra está sometida a compresión.} \end{aligned}$$

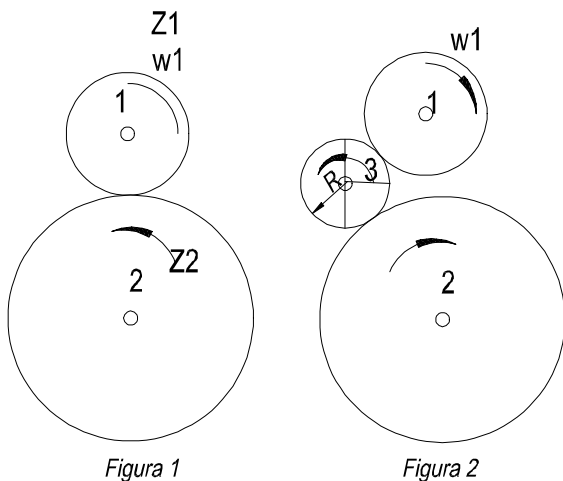


**Cuestión 3: (1 punto)**

El tiempo que tarda en oírse el choque del objeto contra el agua se puede dividir en 2:  
 $t_1$  (tiempo que tarda en caer con mov. de caída libre) +  $t_2$  (tiempo que tarda el sonido en llegar de nuevo a la parte superior del acantilado).

$$\begin{aligned} s &= \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2; & \text{El espacio que debe recorrer piedra y sonido es el mismo = altura solicitada = s} \\ s &= v_s \cdot t_2; & \text{Resolviendo el sistema formado por las dos últimas ecuaciones:} \\ \frac{1}{2} g t_1^2 = v_s \cdot t_2; & \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t_1^2 = 340 \cdot t_2 & 4,9 \cdot t_1^2 = 340 \cdot (5 - t_1); \\ t_1 + t_2 = 5 & & 4,9 \cdot t_1^2 + 340 \cdot t_1 - 1700 = 0; \\ & & t_1 = 4,683 \text{ s} \\ & & t_2 = 0,317 \text{ s} \\ & & s = 340 \cdot 0,317 = 107,78 \text{ m} \end{aligned}$$

**Cuestión 4: (2 puntos)**



En el primer caso, aplicando

$$i = \frac{N_1}{N_2}; N_2 = \frac{2000}{2} = 1000rpm$$

En el segundo caso, con independencia del número de dientes del piñón intermedio 3, se cumple para la primera pareja de ruedas:

$$i_{13} = \frac{N_1}{N_3} = \frac{Z_3}{Z_1}; N_1 \cdot Z_1 = N_3 \cdot Z_3$$

Para la segunda:

$$i_{32} = \frac{N_3}{N_2} = \frac{Z_2}{Z_3}; N_3 \cdot Z_3 = N_2 \cdot Z_2$$

Luego de nuevo  $N_1 \cdot Z_1 = N_2 \cdot Z_2$  y  $N_2 = 1000rpm$ , pero ahora el sentido de giro

es el contrario al primer caso.

**Ejercicio : (5 puntos)**

a) El poste actúa como una viga empotrada en un extremo y sometida a una presión uniforme en toda su longitud. La expresión del momento flector correspondiente sería:  $M = -q \cdot y \cdot y/2 = -q \cdot y^2/2$ , siendo q una carga por unidad de longitud.

Según el enunciado ésta es de 80 kp/m, por lo que la expresión del momento flector será:

$$M = -\frac{q \cdot y^2}{2} = -\frac{80 \cdot y^2}{2} = -40 y^2 \text{ kpm} \quad (1 \text{ punto})$$

b) El diámetro mínimo se calcula para el momento flector máximo ( $y=L=10$ ):

$$M_{\text{máx}} = -4000 \text{ kpm}$$

$$Z = \frac{M_{\text{máx}}}{\sigma_{\text{máx}}} = \frac{I_Z}{y_{\text{máx}}}; y_{\text{máx}} = \frac{d}{2};$$

(1 punto)

$$\frac{-4000}{60 \cdot 10^4} = \frac{\pi d^3}{32}; d^3 = \frac{32 \cdot 4000}{60 \cdot 10^4 \cdot \pi} = 0,068 m^3; d = 0,408 m = 40,8 cm$$

c) El esfuerzo cortante se obtiene:  $F = \frac{dM}{dy} = -80 y$  y es máximo para  $y = L = 10m$ ,  $F_{\text{máx}} = -80 \text{ kp} = 7840N$

d)  $q = \frac{\pi d^3}{32} \cdot \frac{2\sigma_{\text{máx}}}{L^2}$  La carga lineal es función cúbica del diámetro; si se duplica d, q se multiplica por  $2^3=8$ , es decir  $q = 640 \text{ kp/m}$ .